

**Vorlesungswebseite:**

[https://www.math.uni-hamburg.de/spag/ml/Lehre/SS18\\_V\\_AS.html](https://www.math.uni-hamburg.de/spag/ml/Lehre/SS18_V_AS.html)

Hausaufgaben werden jeweils in der Übung am Mittwoch abgegeben.

**Hausaufgaben zur Abgabe in der Übung am Mittwoch, 4. Juli 2018.**

- (31) Sei  $X := \{a, b, c, d, e, f, g\}$  und definieren Sie zwei Operationen  $\wedge$  und  $\vee$  durch die folgenden Verknüpfungstabellen:

$\wedge$	a	b	c	d	e	f	g	$\vee$	a	b	c	d	e	f	g
a	a	b	c	d	e	f	g	a	a	a	a	a	a	a	a
b	b	b	d	c	e	f	g	b	a	b	b	b	b	b	b
c	c	d	c	d	g	f	e	c	a	b	c	c	c	c	c
d	d	c	d	d	g	f	e	d	a	b	c	d	d	d	d
e	e	e	g	g	e	g	f	e	a	b	c	d	e	e	e
f	f	f	f	f	g	g	g	f	a	b	c	d	e	f	f
g	g	g	e	e	f	g	f	g	a	b	d	d	d	f	g

Überprüfen Sie, ob die Gleichungen

- (a)  $x \wedge x = x$ ,
- (b)  $x \vee x = x$ ,
- (c)  $x \wedge y = y \wedge x$ , und
- (d)  $x \vee y = y \vee x$

in  $(X, \wedge, \vee)$  gelten. Folgern Sie daraus, daß  $(X, \wedge, \vee)$  keine Verbandsstruktur ist.

- (32) Sei  $Y := \{a, b, c\}$  und definieren Sie zwei Operationen  $\wedge$  und  $\vee$  durch die folgenden Verknüpfungstabellen:

$\wedge$	a	b	c	$\vee$	a	b	c
a	a	b	c	a	a	a	a
b	b	b	b	b	a	b	a
c	c	b	c	c	a	a	c

Ist  $(Y, \wedge, \vee)$  eine Verbandsstruktur? (Begründen Sie Ihre Antwort.)

- (33) Betrachten Sie den Verband  $(\mathbf{3}, \wedge, \vee)$  (also die lineare Ordnung mit drei Elementen) auf der Menge  $D := \{0, \frac{1}{2}, 1\}$  (also:  $0 \wedge 0 = 0 \wedge \frac{1}{2} = 0 \wedge 1 = 0$ ,  $\frac{1}{2} \wedge \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \wedge 1 = \frac{1}{2}$ ,  $1 \wedge 1 = 1$ ,  $1 \vee 0 = 1 \vee \frac{1}{2} = 1 \wedge 1 = 1$ ,  $\frac{1}{2} \vee \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \vee 0 = \frac{1}{2}$  und  $0 \vee 0 = 0$ ) und definieren Sie eine einstellige Operation  $\neg$  durch

$\neg$	0
0	1
$\frac{1}{2}$	0
1	0.

Überprüfen Sie, ob die folgenden Gleichungen in der algebraischen Struktur  $(D, \wedge, \vee, \neg, 0, 1)$  gelten:

- (a)  $\neg\neg x = x$ ,
- (b)  $\neg x \vee x = 1$ ,
- (c)  $\neg x \wedge x = 0$ .