

Arbeitsgruppen im Schwerpunkt

Differentialgeometrie und globale Analysis studieren geometrische Strukturen und Differentialgleichungen auf Mannigfaltigkeiten. Mannigfaltigkeiten werden lokal durch Koordinaten beschrieben und verallgemeinern gekrümmte Flächen im 3-dimensionalen Raum. Typischerweise werden Mannigfaltigkeiten betrachtet, die mit einer **Riemannschen Metrik g** ausgestattet sind, die es gestattet, Längen, Winkel und Volumen zu definieren. Anfänge der Riemannschen Geometrie liegen in der Geodäsie (C. F. Gauss), als ihr Begründer gilt B. Riemann, und bedeutende Impulse erhielt sie durch die Allgemeine Relativitätstheorie (A. Einstein). Seither hat sie enge Beziehungen zur theoretischen Physik.

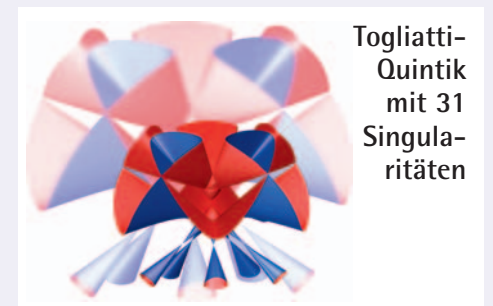
Mitarbeiter: V. Cortés, T. Leistner, L. Schäfer, F. Schulte-Hengesbach



Mannigfaltigkeit mit Geodätischen

Komplex analytische Geometrie untersucht geometrische Probleme mit den Mitteln der komplexen Analysis und der algebraischen Geometrie. Es werden Räume betrachtet, die mit einer **komplexen Struktur J** versehen sind. J verallgemeinert die Multiplikation einer komplexen Zahl mit der imaginären Einheit. Es werden sowohl globale Aspekte studiert, wie komplexe Vektorbündel und Einbettungsprobleme, als auch lokale Aspekte im Zusammenhang mit Singularitäten.

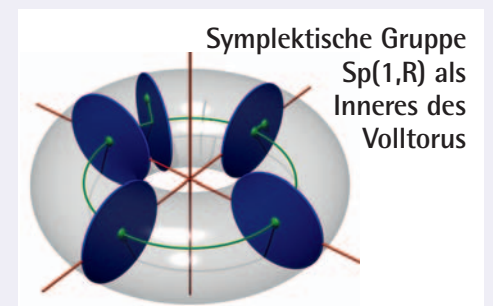
Mitarbeiter: O. Riemenschneider (em., Neubesetzung ab 2008), G. Müllich, S. Mohrdieck



Togliatti-Quintik mit 31 Singularitäten

Symplektische Geometrie studiert Mannigfaltigkeiten, auf denen eine **symplektische Form ω** gegeben ist, d.h. eine 2-Form, die einen Flächeninhalt für Flächenstücke in der Mannigfaltigkeit definiert. Symplektische Geometrie hat ihren Ursprung in der Hamiltonschen Mechanik. Hier hat der Phasenraum die Struktur einer symplektischen Mannigfaltigkeit, in der Ort und Impuls durch eine symplektische Form gepaart sind.

Mitarbeiter: R. Berndt (pens., Neubesetzung ab 2008 geplant)



Symplektische Gruppe $Sp(1,R)$ als Inneres des Volltorus

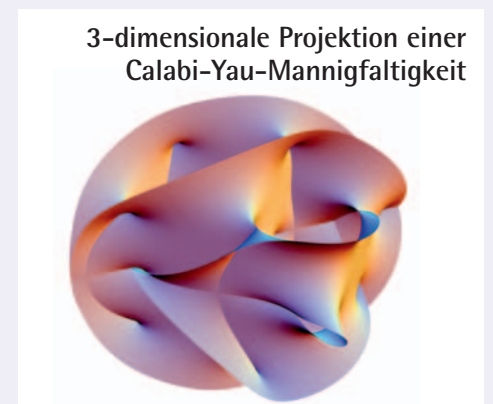
Weitere Arbeitsgruppen und Mitarbeiter: Emmy-Noether-Nachwuchsgruppe „Mathematische Physik auf dem Weg zur Quantengravitation“, Leiter: Ch. Fleischhack, Mitarbeiter: J. Brunnemann, D. Kaminski, Funktionalanalysis: J. Michalíček, Analytische Zahlentheorie: H. Müller

Mehr über die Forschung

Kählergeometrie: Ein Gebiet, das Riemannsche, komplexe und symplektische Geometrie miteinander teilen, ist die Theorie der **Kählermannigfaltigkeiten**. Hier stehen Riemannsche Metrik, komplexe Struktur und symplektische Form in enger Beziehung:

$$g = \omega(J, \cdot)$$

Calabi-Yau-Mannigfaltigkeiten: Dies sind kompakte Kählermannigfaltigkeiten, mit 3 komplexen Dimensionen und verschwindender erster Chern-Klasse. Nach einer Vermutung von E. Calabi, (1977 bewiesen durch S.-T. Yau) existiert auf solchen Mannigfaltigkeiten eine Ricci-flache Kähler-Metrik, oder, äquivalent dazu, eine holomorphe Volumenform. Calabi-Yau-Mannigfaltigkeiten spielen eine entscheidende Rolle in der **String-Theorie**. Diese versucht Quantenmechanik und Relativitätstheorie zu vereinen, indem Teilchen als schwingende Saiten aufgefasst werden. Als Modell unseres Universums dient der folgende Produktraum:



3-dimensionale Projektion einer Calabi-Yau-Mannigfaltigkeit

$$4\text{-dimensionale Raumzeit} \Rightarrow M^{(1,3)} \times CY_3 \Leftarrow CY \text{ mit } 6 \text{ „aufgewickelten“ Raumdimensionen}$$

Der Schwerpunkt arbeitet im Rahmen des Sonderforschungsbereiches „Teilchen, Strings und frühes Universum: Struktur von Materie und Raum-Zeit“ eng mit Physikern des DESY Hamburg zusammen.

Autoren der Bilder: Mannigfaltigkeit mit Geodätischen: Prof. Dr. Konrad Polthier (Freie Universität Berlin), Togliatti Quintik: Dr. Thomas Markwig (TU Kaiserslautern) Torus: Dr. Jan Fricke (Universität Siegen), Calabi-Yau: Prof. Andrew J. Hanson (Indiana University)