Universität Hamburg
DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

Übungen zu 'Mathematik II (Elementare Lineare Algebra)'
Blatt 8
Nathan Bowler

A: Präsenzaufgaben am 10. Juni

1. *Linearkombinationen*
   Welche der folgenden Vektoren in $\mathbb{R}^3$ sind Linearkombinationen von $(2, 1, 1)$ und $(-4, 1, 3)$?
   (a) $(0, 0, 0)$
   (b) $(1, -1, 1)$
   (c) $(-1, 1, 2)$

2. *Zeilenraum*
   Ist $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ in der Zeilenraum von $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 3 & -2 \end{pmatrix}$?

3. *Lineare unabhängigkeit in* $\mathbb{R}^2$
   Welche der folgenden Listen von Vektoren in $\mathbb{R}^2$ sind unabhängig?
   (a) $(1, 1)$, $(1, 2)$
   (b) $(1, 1)$, $(2, 2)$
   (c) $(0, 0)$, $(1, 2)$

B: Aufgaben zum 17. Juni

1. *Linearkombinationen von Matrizen*
   Ist $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ eine Linearkombination von $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$?

2. *Fundamentalräume finden*
   Was sind die 4 Fundamentalräume von $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$?

3. *Spaltenraum*
   Ist $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ in der Spaltenraum von $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -6 \\ 4 & -1 & -2 \end{pmatrix}$?

4. *Unabhängigkeit in abstrakteren Vektorräumen*
   Sei f_1 die Abbildung von $\mathbb{R}$ nach $\mathbb{R}$, die alle Zahlen auf die 1 abbildet, f_2 die Abbildung, die die Zahl x auf sich selbst abbildet, und f_3 die Abbildung, die die Zahl x auf x^2 abbildet. Beweisen Sie, dass die Abbildungen f_1, f_2 und f_3, als Vektoren in dem Vektorraum von Abbildungen von $\mathbb{R}$ nach $\mathbb{R}$ betrachtet, linear unabhängig sind.

5. *Maximale unabhängige Teilmenge finden*
   Finden Sie eine maximale unabhängige Teilmenge folgender Menge von Vektoren in $\mathbb{R}^3$:

$$\{(1, 1, 0), (1, 2, 1), (2, 3, 1), (0, 1, 1)\}$$