

Übungsstunde 7

1. Zeigen Sie folgende Behauptung aus der Vorlesung: Der Punkt $x \in X$ ist genau dann Berührungspunkt des Filters \mathcal{F} auf X , wenn es einen Filter \mathcal{G} auf X gibt, welcher feiner als \mathcal{F} ist und gegen x konvergiert.

2. Versuchen Sie, so gut wie möglich einen Ultrafilter \mathcal{U} zu beschreiben, welcher den Fréchet-Filter auf \mathbb{R} enthält! Welche Mengen sind auf keinen Fall in \mathcal{U} enthalten? Versuchen Sie eine möglichst große Filterbasis (d.h. eine mit möglichst vielen Elementen) zu finden, für die der zugehörige Filter feiner als der Fréchet-Filter ist!

3. X und Y seien homotopieäquivalente topologische Räume. Entscheiden Sie zu jeder der folgenden Eigenschaften von X , ob Y diese auch haben muss:
 - a) X ist wegzusammenhängend.
 - b) X ist zusammenhängend.
 - c) $X \setminus *$ ist zusammenhängend, wobei $*$ $\in X$ ein beliebiger Punkt ist.
 - d) X ist kompakt.
 - e) X besitzt eine abzählbare Basis.
 - f) X ist Hausdorffsch.