Universität Hamburg
Janko Latschev, Fabian Kirchner,
Giorgio Laguzzi

Topologie

Winter 2013/14

Übungsstunde 5

1. Die Einpunktkompaktifizierung kann man auch für Räume betrachten, die nicht lokal kompakt sind. Warum ist das meist weniger nützlich? Diskutieren Sie geeignete Beispiele!

2. Wir betrachten $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ mit der Produkttopologie.

a) Sind die Teilmengen $[0,1]^{\mathbb{N}} \subset \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ sowie $\mathbb{R}^{\infty} \subset \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ (vgl. Übungsblatt 2) lokal kompakt?

b) Welche Abzählbarkeitsaxiome erfüllt $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$?

Wenn Sie Zeit und Lust haben, dürfen Sie natürlich auch über die anderen Topologien (Boxentopologie, uniforme Topologie) auf $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ nachdenken...

3. Passen Sie Ihren Beweis des Lebesgue-Lemmas so an, dass er folgende Aussage zeigt: Ist X ein vollständiger und total beschränkter metrischer Raum, so besitzt jede offene Überdeckung von X eine positive Lebesgue-Zahl.

4. Wir betrachten $\mathbb{R}$ mit der Topologie τ_{abz} der abzählbaren Komplemente. (Vergewissern Sie sich kurz: dies ist wirklich eine Topologie!) Zeigen Sie:

a) Eine Folge konvergiert in dieser Topologie genau dann gegen $x \in \mathbb{R}$, falls nur endlich viele Folgenglieder von x verschieden sind.

b) Eine Abbildung von $(\mathbb{R}, \tau_{\text{abz}})$ in einen Hausdorff-Raum ist genau dann stetig, wenn sie konstant ist.

c) $(\mathbb{R}, \tau_{\text{abz}})$ erfüllt das erste Abzählbarkeitsaxiom nicht.