Hausaufgaben 1. Woche
Abgabe: 11.04.2016, bis 12:15

1. Für die folgende Aussagen, bestimmen Sie jeweils, ob es sich um Aussagen in der formalen Sprache der Mengenlehre, oder Aussagen in der Metasprache handelt.[1] [3 Punkte]
   (a) Jede konvergente Folge in $\mathbb{R}$ ist beschränkt.
   (b) ZFC $\vdash$ "Jede konvergente Folge in $\mathbb{R}$ ist beschränkt".
   (c) Alle abzählbare dichte lineare Ordnungen ohne Endpunkte sind zueinander isomorph.
   (d) ZFC ist widerspruchsfrei.
   (e) $\forall \alpha \in ON \ (\alpha = \varnothing)$.
   (f) ZFC $\nvdash \forall \alpha \in ON \ (\alpha = \varnothing)$.
   (g) ZFC enthält unendlich viele Axiome.
   (h) "$\forall x \forall y \ (x = y)$" ist kein ZFC-Axiom.
   (i) Die Addition auf den Ordinalzahlen ist nicht kommutativ.
   (j) ON (die Klasse aller Ordinalzahlen) ist keine Menge.
   (k) Es gibt Klassen, die keine Mengen sind.
   (l) Jede Kardinalzahl ist eine Ordinalzahl.

2. Betrachten Sie die folgende informal gestellte Aussage:

   "Wenn A eine echte Klasse ist und X eine Menge, dann existiert eine injektieve Funktion $f : X \to A$."

   (a) Schreiben Sie diese Aussage vollständig um in eine formal korrekte Aussage. Dabei brauchen Sie die Abkürzungen "f ist eine Funktion", "dom(f)" und "ran(f)" nicht bis ins Detail in $\mathcal{L}_\in$ auszuschreiben (aber alles andere schon). [3 Punkte]
   (b) Ist das eine Aussage in der formalen Sprache oder in der Metasprache? [1 Punkt]
   (c) Beweisen Sie diese Aussage (ein informales, im Prinzip in ZFC formalisierbares, Argument genügt). [3 Punkte]

[1] Beachten Sie: im Prinzip kann jede Aussage in der Metasprache auch als eine Aussage in der formalen Sprache aufgefasst werden. Es geht bei dieser Aufgabe also um die übliche Bedeutung.