Übungen zur Vorlesung

Dynamische Systeme

Aufgabenblatt 5

Aufgabe 1:
a) Zeigen Sie: Der 2-dimensionale Cantor-Staub $\Lambda = C \times C$ (mit der Standard-Cantormenge C) ist eine hyperbolische Menge für die G-förmige Hufeisen-Büroklammer $f : U \to M$, mit

$$f = \begin{cases} (3x, y/3) & x \leq 4/10 \\ (3x-2, y/3+2/3) & x \geq 6/10, \end{cases}$$

$U =$ offene ε-Umgebung von $[0,1] \times ([0,1/3] \cup [2/3,1])$, und $M = \mathbb{R}^2$.

b) Ist Λ lokal maximal? (Beweis oder Widerlegung)

Aufgabe 2:
Zeigen Sie: Eine lokal maximale hyperbolische Menge Λ, welche minimal ist (jedes Orbit von $x \in \Lambda$ ist dicht in Λ), besteht aus genau einem periodischen Orbit.

Aufgabe 3:
Zeigen Sie: Wenn Λ eine lokal maximale hyperbolische Menge für f ist und $f|_\Lambda$ die Spezifikationseigenschaft hat, dann ist $f|_\Lambda$ topologisch mischend.

Aufgabe 4:
Finden Sie einen Diffeomorphismus $f : U \to M$, so dass $\mathrm{NW}(f) \cap \Lambda \neq \mathrm{NW}(f|_\Lambda)$. Hierbei bezeichnet $\mathrm{NW}(f) := \{x \in U \,|\, \forall V$ offen, $x \in V\ \exists N \in \mathbb{N} : V \cap f^N(V) \neq \emptyset\}$ die Menge der nichtwandernden Punkte von f und analog $\mathrm{NW}(f|_\Lambda)$ diejenigen der Einschränkung von f.

Abgabe: 13.12.2005 in der Vorlesung