Übungen zur Vorlesung

Dynamische Systeme

Aufgabenblatt 4

Aufgabe 1:
Sei Λ eine hyperbolische Menge für die Abbildung f. Zeigen Sie: $f|_\Lambda$ ist **expansiv**, d.h. es gibt ein $\delta > 0$ so dass für alle $x, y \in \Lambda$, $x \neq y$, ein $n \in \mathbb{Z}$ existiert mit $d(f^n(x), f^n(y)) > \delta$.

Aufgabe 2:
a) Zeigen Sie: Für genügend kleines $\varepsilon > 0$ ist der Torus-Automorphismus

$$f(x, y) = (2x + y + \varepsilon \cos(2\pi x), x + y + \varepsilon \sin(2\pi x)) \qquad (\text{mod } 1)$$

ein **Anosov**-Diffeomorphismus.

b) Geben Sie explizit eine Zahl $c > 0$ an, so dass die Aussage von Teil (a) für alle $\varepsilon \in (-c, c)$ gilt, und beweisen Sie dies. Tipp: Kegelbedingungen.

Aufgabe 3:
Folgern Sie aus dem allgemeinen Beschattungssatz folgende Version von **Anosovs Schließ-„Lemma"**: Wenn f eine hyperbolische Menge Λ hat, dann gibt es eine Umgebung von Λ, so dass zu jedem $\varepsilon > 0$ ein $\delta > 0$ existiert, so dass jedes *periodische* δ-Pseudoorbit von einem echten *periodischen* Orbit (und zwar mit derselben Periode) ε-beschattet wird.

Aufgabe 4:
Zeigen Sie: Es gibt keine Isometrie einer riemannschen Mannigfaltigkeit (von Dimension mindestens 1), die die Beschattungseigenschaft hat.

Abgabe: 2.12.2005 in der Vorlesung