Übungen zur Vorlesung

Dynamische Systeme

Aufgabenblatt 1

Aufgabe 1:
Sei $f : S^1 \to S^1$ ein orientierungserhaltender Kreishomöomorphismus mit einem periodischen Orbit der Periode k.

a) Welche Werte kann dann die Rotationszahl von f haben?

b) Kann f^n für $n \neq k$ einen Fixpunkt haben?

Aufgabe 2:
Sei $f : S^1 \to S^1$ ein orientierungserhaltender Kreishomöomorphismus mit Rotationszahl α und $h : S^1 \to S^1$ ein orientierungs*umkehrender* Kreishomöomorphismus.

a) Geben Sie eine Formel für die Rotationszahl der Konjugation $h^{-1} \circ f \circ h$ an.

b) Beweisen Sie Ihre Formel.

Aufgabe 3:
Sei $f : X \to X$ eine Abbildung. Eine abgeschlossene Menge $A \subset X$ heißt **minimal**, wenn A gleich dem Abschluss vom Orbit von jedem Punkt in A ist. Zeigen Sie: Wenn A und B abgeschlossene minimale Teilmengen von X sind, dann sind A und B gleich oder disjunkt.

Aufgabe 4:
Sei $f : S^1 \to S^1$ ein orientierungserhaltender Kreishomöomorphismus mit Rotationszahl p/q. Zeigen Sie:

a) Für jedes $x \in S^1$ gibt es $x_+, x_- \in S^1$, so dass das Orbit von x unter f^q gegen x_+ konvergiert und das Orbit von x unter f^{-q} gegen x_- konvergiert.

b) Wenn f mindestens zwei disjunkte periodische Orbits hat, dann liegen x_+und x_- auf disjunkten periodischen Orbits von f.

Abgabe: 8.11.2005 in der Vorlesung