Christian Fleischhack Universität Paderborn

Reelle Analysis

Übungsblatt 9

Die Lösungsblätter sind bis

Donnerstag, 16. Dezember 2010, 9:15 Uhr

in das in Flur D1 befindliche grüne Schließfach Nr. 116 zu werfen.

Aufgabe 34 ***(5 Punkte)***

Zeigen Sie, daß $f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}$ meßbar ist, sobald f höchstens abzählbar viele Unstetigkeitsstellen hat.

Aufgabe 35 ***(6 Punkte)***

Zeigen Sie, daß die 2-Punkt-Kompaktifizierung von $\mathbb{R}$ ein kompakter Hausdorffraum ist.

Aufgabe 36 ***(5 Punkte)***

Ist die 2-Punkt-Kompaktifizierung $\overline{\mathbb{R}}$ von $\mathbb{R}$ metrisierbar, d. h., existiert eine Metrik auf $\overline{\mathbb{R}}$, die dieselbe Topologie erzeugt?

Hinweis: Ist $\overline{\mathbb{R}}$ homöomorph zu $[0, 1]$?

Aufgabe 37 ***(5 Punkte)***

Zeigen Sie, daß die Menge aller endlichen Vereinigungen halboffener[1] Quader im $\mathbb{R}^n$ ein Ring ist und zudem die Borelalgebra auf dem $\mathbb{R}^n$ erzeugt.

Aufgabe 38 ***(7 Punkte)***

Sei $\mathfrak{A}$ eine σ-Algebra auf der Menge X, und sei $M \subseteq X$. Sei weiter $f : M \longrightarrow \mathbb{R}$ bzgl. der eingeschränkten σ-Algebra $\mathfrak{A}|_M$ auf M meßbar.
Zeigen Sie, daß dann eine Fortsetzung von f auf ganz X existiert, die wiederum meßbar ist.

[1] Hier sollen wie in der Vorlesung nur halboffene Quader der Art $(a_1, b_1] \times \cdots \times (a_n, b_n]$ betrachtet werden.