Matroidentheorie: Übungsblatt 8

1. Sei M ein Binärer Matroid mit einem Kreis C und einem Kokreis D, sodass $|C \cap D| = 4$. Beweisen Sie, dass M einen $M(K_4)$-Minor hat.

2. Beweisen Sie, dass ein Matroid genau dann binär ist, wenn er folgende Eigenschaft hat: Für jede zwei Basen B_1 und B_2 und jedes $x \in B_2 - B_1$ ist

$$|\{y \in B_1 - B_2 | B_1 - y \cup x \text{ und } B_2 - x \cup y \text{ sind Basen}\}|$$

   ungerade.

3. Sei V ein Teilraum von k^E von Dimension r, und sei $\varphi \colon V^r \to k$ eine antisymmetrische multilineare Abbildung mit $\varphi \neq 0$. Für $x_1 \ldots x_r \in E$, sei $\varphi_{x_1,\ldots x_r}$ die antisymmetrische multilineare Abbildung, die $v_1 \ldots v_r$ auf $\det(v_i(x_j)|i,j \leq r)$ schickt. Sei $\lambda(x_1, \ldots x_r)$ das eindeutige Element von k mit $\varphi_{x_1 \ldots x_r} = \lambda(x_1, \ldots x_r)\varphi$. Beweisen Sie, dass λ eine Grassmann-Plücker Funktion ist.