Matroidentheorie: Übungsblatt 5

1. Sei M ein zusammenhängender Matroid auf E und sei $e \in E$. Beweisen Sie, dass M/e oder $M \backslash e$ zusammenhängend ist.

2. Sei M ein Matroid auf E und sei B eine Basis von M. Sei G der bipartite Graph auf B und $E - B$ mit einer Kante von $e \in B$ nach $f \in E - B$ wenn $e \in C_f^B$. Beweisen Sie, dass M genau dann zusammenhängend ist, wenn G zusammenhängend ist.

3. Ein Matroid ist *unendlich zusammenhängend*, wenn er n-zusammenhängend ist für jedes $n \in \mathbb{N}$. Beweisen Sie, dass jeder unendlich zusammenhängende Matroid uniform ist.

4. Sei M ein Matroid auf E und sei X eine nicht-abgeschlossene oder nicht-koabgeschlossene Teilmenge von E. Beweisen Sie, dass es $e \in E - X$ gibt, sodass $\kappa(X \cup e) \leq \kappa(X)$.