Universität Hamburg
DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

FAKULTÄT
FÜR MATHEMATIK, INFORMATIK
UND NATURWISSENSCHAFTEN

WISE 2018/19 | GRAPHENTHEORIE II

ÜBUNGSBLATT 8

Die Besprechung der Aufgaben findet in den Übungen am **13. Dezember** statt.

AUFGABE 1. Begründe qualitativ, unter Benutzung von $t_{k-1}(k) \approx \frac{l-2}{l-1}\binom{k}{2}$, aber sonst ohne Rechnung, weshalb im Beweis von Satz 7.2.2 bei geeigneter Wahl von ϵ der Regularitätsgraph auf k Ecken einen K^ℓ enthält, obwohl einige der Paare (V_i, V_j) möglicherweise nicht ϵ-regulär sind.

AUFGABE 2. Zeige, dass für je zwei beliebige Graphen H_1 und H_2 ein Graph $G = G(H_1, H_2)$ existiert, sodass es für jede Färbung der Ecken von G mit Farben 1 und 2 eine induzierte Kopie von H_1 in Farbe 1 oder eine induzierte Kopie von H_2 in Farbe 2 gibt.

AUFGABE 3. Zeige, dass der Ramseygraph G für H, der im zweiten Beweis von Satz 9.2.1 konstruiert wird, tatsächlich $\omega(G) = \omega(H)$ erfüllt.

AUFGABE 4. Ist es in Lemma X.1.1 aus der Vorlesung wirklich nötig in Q' für $k \notin \{i, j\}$ verschiedene disjunkte Kopien von V_k vorzuhalten oder könnte man Q' aus Q gewinnen, indem man nur P durch P' ersetzt und dieses durch geschickt gewählte Kanten mit den anderen V_k verbindet?

AUFGABE 5.$^+$ Beweise, dass es zu jedem $h \geq 1$ und $\gamma > 0$ ein $\alpha > 0$ gibt, sodass jeder Graph G eine der folgenden drei Eigenschaften hat:

1. Jeder Graph auf h Ecken ist induzierter Teilgraph von G.
2. Es gibt eine Menge $X \subseteq V(G)$ mit $|X| \geq \alpha|G|$, sodass $\|G[X]\| \leq \gamma|X|^2$.
3. Es gibt eine Menge $X \subseteq V(G)$ mit $|X| \geq \alpha|G|$, sodass $\|\overline{G}[X]\| \leq \gamma|X|^2$.