Universität Hamburg
DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

FAKULTÄT
FÜR MATHEMATIK, INFORMATIK
UND NATURWISSENSCHAFTEN

WISE 2018/19 | GRAPHENTHEORIE II

ÜBUNGSBLATT 5

Die Besprechung der Aufgaben findet in den Übungen am **22. November** statt.

Ein Graph heißt *transitiv*, wenn es für je zwei Ecken $v, w \in G$ einen Automorphismus von G gibt, der v auf G abbildet.

AUFGABE 1. Verwende die Bemerkungen zu Satz 1.2.3, um zu zeigen, dass jeder transitive, zusammenhängende Graph gerader Ordnung einen 1-Faktor hat.

AUFGABE 2. Zeige, dass k-verbundene Graphen $(2k-1)$-zusammenhängend sind. Sind sie sogar $2k$-zusammenhängend?

AUFGABE 3. In einem k-verbundenen Graphen G seien $s_1, \dots, s_k, t_1, \dots, t_k$ nicht notwendigerweise verschiedene Ecken mit $s_i \neq t_i$ für jedes i. Zeige, dass G kreuzungsfreie Wege $P_i = s_i \dots t_i$ enthält $(i = 1, \dots, k)$.

AUFGABE 4. Zeige, dass die Erdős-Sós-Vermutung im folgenden Sinne bestmöglich ist: zu jedem k gibt es für unendlich viele n einen Graphen mit n Ecken und $\frac{1}{2}(k-1)n$ Kanten, der keinen Baum mit k Kanten enthält.

AUFGABE 5.$^+$ Sei h eine Funktion, sodass jeder Graph mit $h(r)$ Kanten K^r als topologischen Minor enthält. Zeige, dass $h(r) > \frac{1}{8}r^2$ für r gerade und dass daher Satz 5.2.3 bis auf die Konstante c bestmöglich ist.