



## ÜBUNGSBLATT 4

---

Die Besprechung der Aufgaben findet in den Übungen am **15. November** statt.

Benutze für die ersten beiden Aufgaben nicht den 6-Flusssatz.

**AUFGABE 1.** Zeige,  $\varphi(G) < \infty$  für alle brückenlosen Multigraphen  $G$ .

**AUFGABE 2.** Sei  $G$  ein brückenloser Multigraph mit  $n$  Ecken und  $m$  Kanten. Beweise durch Betrachtung eines normalen Spannbaumes, dass  $\varphi(G) \leq m - n + 2$ .

**AUFGABE 3.** Beweise, dass jeder Graph mit einem Hamiltonkreis einen 4-Fluss hat.

Eine Familie von (nicht notwendigerweise verschiedenen) Teilgraphen eines (Multi-)graphen  $G$  heißt *Doppelüberdeckung*, wenn jede Kante von  $G$  auf genau zwei dieser Teilgraphen liegt.

**AUFGABE 4.** Die Doppelüberdeckungsvermutung besagt, dass jeder brückenlose Multigraph eine Doppelüberdeckung aus Kreisen hat. Beweise diese Vermutung für Graphen mit einem 4-Fluss.

**AUFGABE 5.**<sup>+</sup> Zeige, dass ein ebener Dreiecksgraph genau dann 3-färbbar ist, wenn alle seine Ecken geraden Grad haben.