Universität Hamburg
DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

FAKULTÄT
FÜR MATHEMATIK, INFORMATIK
UND NATURWISSENSCHAFTEN

WISE 2018/19 | GRAPHENTHEORIE II

ÜBUNGSBLATT 2

Die Besprechung der Aufgaben findet in den Übungen am **1. November** statt.

AUFGABE 1. Zeige ohne Satz 2.2.6, dass jede Kante eines 3-zusammenhängenden Graphen auf einem nichttrennenden induzierten Kreis liegt.

Für einen Graphen G mit einer Kante e ist $G \dot{-} e$ der Multigraph der aus $G - e$ durch Unterdrücken aller Ecken vom Grad 2 entsteht.

AUFGABE 2. Beweise Satz 2.2.6 per Induktion unter Verwendung der Tatsache, dass jeder 3-zusammenhängende Graph $G \neq K^4$ eine Kante e hat, sodass $G \dot{-} e$ wieder 3-zusammenhängend ist.

AUFGABE 3. Zeige, dass ein 3-zusammenhängender Graph der Ordnung n zumindest $n/2$ nichttrennende induzierte Kreise hat. Ist diese untere Schranke scharf?

AUFGABE 4.$^{+}$ Finde einen algebraischen Beweis der Eulerformel für 2-zusammenhängende ebene Graphen wie folgt. Definiere den Gebietsraum $\mathcal{F}$ (über $\mathbb{F}_2$) eines solchen Graphen in Analogie zum Eckenraum $\mathcal{V}$ und Kantenraum $\mathcal{E}$. Definiere Randhomomorphismen $\mathcal{F} \to \mathcal{E} \to \mathcal{V}$ durch Festlegung zunächst der Bilder einzelner Gebieter und Kanten (d.h. von Elementen der Standardbasen von $\mathcal{F}$ und $\mathcal{E}$) und anschließende lineare Fortsetzung dieser Teilabbildungen auf ganz $\mathcal{F}$ und $\mathcal{E}$. Bestimme jeweils Bild und Kern dieser Homomorphismen und leite die Eulerformel aus den Dimensionen dieser Unterräume von $\mathcal{F}$, $\mathcal{E}$ und $\mathcal{V}$ her.

AUFGABE 5. Zeige, dass jeder Graph mit zwei kantendisjunkten Spannbäumen einen zusammenhängenden, aufspannenden Teilgraphen hat, in dem jede Ecke geraden Grad hat.