WISE 2018/19 | GRAPHENTHEORIE II

ÜBUNGSBLATT 13

Die Besprechung der Aufgaben findet in den Übungen am **31. Januar** statt.

AUFGABE 1.$^+$ Zeige, dass die vier Zutaten im Rezept der Strukturbeschreibung der Graphen in $Forb_{\preccurlyeq}(K^n)$ durch Satz 10.6.5 – Baumzerlegungen, eine beschränkte Menge X unkontrollierbarer Ecken, Einbettbarkeit in Flächen $S \not\hookleftarrow K^n$, und die sogenannten Strudel $H_1, \ldots, H_k$ – alle nötig sind, um alle Graphen aus $Forb_{\preccurlyeq}(K^n)$ zu erfassen. Genauer: finde Beispiele für Graphen aus $Forb_{\preccurlyeq}(K^n)$, die zeigen, dass Satz 10.6.5 falsch wird, wenn wir zusätzlich verlangen, dass die Baumzerlegung nur einen Teil hat, oder dass X immer leer ist, oder dass S immer die Sphäre ist, oder dass $H_1, \ldots, H_k$ immer leer sind. Es sind keine exakten Beweise gefordert.

AUFGABE 2. Zeige ohne Benutzung des Minorensatzes, dass die chromatische Zahl der Graphen in einer $\preccurlyeq$-Antikette beschränkt ist.

AUFGABE 3. Finde eine von g abhängige untere Schranke für die Anzahl der verbotenen Minoren, durch die die Einbettbarkeit in eine (orientierbare) Fläche des Geschlecht g darstellbar ist. Hierzu darf man verwenden, dass das *Genus* eines Graphen (das minimale Genus einer Fläche, in die er einbettbar ist) die Summe über das Genus aller seiner Blöcke ist.

AUFGABE 4. Die self-minor conjecture von Seymour behauptet, dass jeder abzählbar unendliche Graph sein eigener echter Minor ist. Präzisiere diese Aussage und leite daraus den Minorensatz her.

AUFGABE 5.$^+$ Warum kann man den Beweis des Gittersatzes nicht abkürzen, indem man für ein Paar von Wegesystemen durch erneutes Anwenden von Lemma X.7.2 mit vertauschten Rollen zwei Wegesysteme findet, die sich gegenseitig gut kreuzen und zwischen diesen leicht ein Gitter findet?