



ÜBUNGSBLATT 12

Die Besprechung der Aufgaben findet in den Übungen am **24. Januar** statt.

AUFGABE 1. Zeige, dass das $n \times n$ -Gitter Baumweite n hat.

AUFGABE 2. Gibt es zu jeder Menge S von Teilungen eines Graphen G eine Menge S' von Teilungen, die bezüglich \leq nach unten abgeschlossen ist und für jede Teilung (A, B) in S entweder (A, B) oder (B, A) enthält, aber nicht beide?

AUFGABE 3. Wir definieren eine Halbordnung auf der Menge von gerichteten Kanten eines Baumes T durch $(e_1, v_1, w_1) \leq (e_2, v_2, w_2)$ wenn w_1 und v_2 auf $v_1 T w_2$ liegen. Zeige für jede Ecke t von T , dass die Menge von nach t gerichteten Kanten bezüglich \leq abgeschlossen ist und genau eine Orientierung von jeder Kante enthält. Sind dies die einzigen Mengen mit diesen Eigenschaften?

AUFGABE 4. Erweitere Korollar 10.6.4 wie folgt: Es sei H ein zusammenhängender plättbarer Graph, \mathcal{X} eine beliebige Menge zusammenhängender Graphen mit $H \in \mathcal{X}$ und $\mathcal{H} := \{IX; X \in \mathcal{X}\}$. Zeige, dass \mathcal{H} die Erdős-Pósa-Eigenschaft besitzt, und zwar mit derselben Funktion f wie im Beweis von Korollar 10.6.4. Wie kann es sein, dass f von H abhängt, aber von keinem anderen Graphen aus \mathcal{X} ?

AUFGABE 5.⁺ Erweitere Korollar 10.6.4 auf unzusammenhängende Graphen oder finde ein Gegenbeispiel.