Universität Hamburg
DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

FAKULTÄT
FÜR MATHEMATIK, INFORMATIK
UND NATURWISSENSCHAFTEN

WISE 2018/19 | GRAPHENTHEORIE II

ÜBUNGSBLATT 10

Die Besprechung der Aufgaben findet in den Übungen am **10. Januar** statt.

AUFGABE 1. Zeige, dass jeder Graph ohne induzierten P^3 die Erdős-Hajnal-Eigenschaft hat.

Eine Klasse $\mathcal{C}$ von Graphen hat die *unbalancierte, starke Erdős-Hajnal-Eigenschaft*, wenn es zwei positive Funktionen f_1, f_2 mit den folgenden Eigenschaften gibt:

1. Für jedes $G \in \mathcal{C}$ enthält G oder $\overline{G}$ einen $K_{m,n}$-Teilgraphen mit $m \geq f_1(|G|)$ und $n \geq f_2(|G|)$
2. Es gibt $\beta > 0$, sodass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $f_1(n)^\beta + f_2(n)^\beta \geq n^\beta$.

AUFGABE 2. Sei $\mathcal{C}$ eine Klasse von Graphen, die unter Untergraphen abgeschlossen ist und die unbalancierte, starke Erdős-Hajnal-Eigenschaft hat. Zeige, dass $\mathcal{C}$ die Erdős-Hajnal-Eigenschaft hat.

AUFGABE 3. Sei $\mathcal{C}$ eine Klasse von Graphen, die unter Untergraphen abgeschlossen ist und für die es ein $\epsilon > 0$ gibt, sodass jedes $G \in \mathcal{C}$ eine Ecke $v \in G$ mit $|N(v)| < |V(G)|^{1-\epsilon}$ hat. Beweise, dass $\mathcal{C}$ die Erdős-Hajnal-Eigenschaft hat.

In den folgenden Aufgaben sollte G jeweils mindestens drei Ecken haben.

AUFGABE 4. Finde einen zusammenhängenden Graphen G, sodass G^2 keinen Hamiltonkreis enthält.

AUFGABE 5.$^+$ Zeige mit Induktion nach $|G|$, dass die dritte Potenz eines zusammenhängenden Graphen G stets hamiltonsch ist.