

## Graphentheorie I: Übungsblatt 9

1. (a) Zeigen Sie, dass jeder wie in Proposition 6.3.1 konstruierte Graph kantenmaximal ohne  $K^4$ -Minor ist.  
(b) Leiten Sie den Vierfarbensatz aus der Hadwiger-Vermutung.  
(c) Führen Sie die Hadwiger-Vermutung für  $r$  auf die Hadwiger-Vermutung für  $r+1$  zurück.
2. Finden Sie in einem Graphen  $G$  mit  $\epsilon(G) \geq k \in \mathbb{N}$  einen Minor  $H \preccurlyeq G$  mit  $\delta(H) \geq k \geq |H|/2$ .
3. Beweisen Sie die Implikation  $\delta(G) \geq 3 \Rightarrow G \supseteq TK^4$ .
- 4.<sup>+</sup> Zeigen Sie, dass jede Funktion  $h$  wie in Lemma 2.5.1 für alle geraden  $r$  die Ungleichung  $h(r) \geq \frac{1}{8}r^2$  erfüllt, und Satz 6.2.1 daher bis auf die Konstante  $c$  bestmöglich ist.