Graphentheorie I: Übungsblatt 6

1. Zeigen Sie, dass der Block-Graph eines zusammenhängenden Graphen stets ein Baum ist.

2. Zeigen Sie, dass für jede Kante e eines 2-zusammenhängenden Graphen $G \neq K^3$ entweder $G - e$ oder G/e wiederum 2-zusammenhängend ist. Leiten Sie heraus eine konstruktive Charakterisierung der 2-zusammenhängenden Graphen her, analog zu den Sätzen 2.2.3 und 2.2.5.

3. Finden Sie den Fehler im folgenden 'einfachen Beweis' des Satzes von Menger: Sei X ein A-B-Trenner von minimaler Mächtigkeit. Bezeichne mit G_A den Untergraphen von G, der durch X und all die Komponenten von $G - X$ induziert wird, die A treffen; entsprechend sei G_B definiert. Da jeder A-B Weg X trifft, enthält G_A keinen $A - X$ Trenner aus weniger als $|X|$ Ecken. Mit induktion nach $|G|$ enthält G_A daher $|X|$ disjunkte A-X-Wege, und G_B enthält entsprechende X-B-Wege. Zusammen bilden diese Wege das gesuchte Wegesystem zwischen A und B.

4.$^+$ Leite aus dem *max-flow min-cut theorem* den Satz von Menger her. (Tip: die Kantenversion ist einfach. Simuliere die Eckenversion durch Anwendung der (gerichteten) Kantenversion auf einem geeigneten Hilfsgraphen).