

## Graphentheorie I: Übungsblatt 4

1. Zeigen Sie, dass ein bipartiter Graph zu jeder Paarung mit weniger als der größtmöglichen Anzahl von Kanten einen Verbesserungsweg enthält.
2. Beweisen Sie den Heiratssatz mit dem Satz von König.
3. Sei  $A$  eine endliche Menge mit Teilmengen  $A_1, A_2, \dots, A_n$  und seien  $d_1, d_2, \dots, d_n \in \mathbb{N}$ . Zeigen Sie, dass genau dann disjunkte Teilmengen  $D_k \subseteq A_k$  mit  $|D_k| = d_k$  für all  $k \leq n$  existieren, wenn

$$\left| \bigcup_{i \in I} A_i \right| \geq \sum_{i \in I} d_i$$

für jede Teilmenge  $I \subseteq \{1, \dots, n\}$ .

- 4.<sup>+</sup> Beweise oder Widerlege, dass ein zusammenhängender Graph genau dann bipartit ist, wenn es keine zwei benachbarten Ecken gibt, die den gleichen Abstand von einer dritten Ecke haben.