Universität Hamburg
Fachbereich Mathematik
Ingenuin Gasser

Wintersemester 2002/03

1. Übungsblatt zur Vorlesung "Modellieren in der Angewandten Mathematik"

1. Aufgabe: (5 Punkte)
Wir betrachten die Van der Pol Gleichung

$$LC\frac{d^2E}{d\tau^2} + RC\frac{dE}{d\tau} + E = M\sigma\frac{dE}{d\tau}(1 - (\frac{E}{E_s})^2)$$

mit $E = E(\tau)$, E_s als Spannungen (Volt=$JA^{-1}s^{-1}$), τ als Zeit (Sekunden=s), L, M als Induktivitäten (Henry=JA^{-2}), C als Kapazität (Farad=$J^{-1}A^2s^2$), R als Widerstand (Ohm=$JA^{-2}s^{-1}$) und σ als Impetanz ($J^{-1}A^2s$).
Skalieren Sie die Gleichnug im J, A, s System auf

$$\frac{d^2y}{dt^2} - \alpha(\pm 1 - y^2)\frac{dy}{dt} + y = 0$$

2. Aufgabe: (5 Punkte)
Ein an einer ebenen Behälterwand angebrachter konischer Wärmestrahler taucht vollständig in eine Flüssigkeit ein und erwärmt diese. Die Temperatur T entlang der Achse des Strahlers genügt der Differentialgleichung

$$(x^2T')' \;=\; \frac{2\alpha}{R}\sqrt{L^2+R^2}\,x\,(T - T_F)\;,\; x \in (0, L)$$

mit den Randbedingungen $T'(0) = 0, T(L) = T_W$. Hierbei sind L die Länge des Wärmestrahlers, R der Radius der Grundfläche des Wärmestrahlers, T_F die Temperatur der Flüssigkeit, T_W die Temperatur an der Wand, α eine Grösse der Dimension m^{-1}.
Ersetzen Sie Längeneinheit x und die Temperatur durch geeignet dimensionslose Größen $s, \Theta \in (0, 1)$. Geben Sie damit eine dimensionslose Formulierung des Problems an.