

ELEMENTARE DYNAMISCHE SYSTEME

Projekt 2

In diesem Projekt sollen Sie experimentell untersuchen, welchen Einfluss die Konstante $c \in [-3, 1]$ auf das Iterationsverhalten der Funktion

$$f_c(x) = x^2 + c$$

hat. Verwenden Sie jeweils ein Tabellenkalkulationsprogramm, um (soweit möglich) jeweils die ersten 200 Iterationen für die zu untersuchenden Startwerte zu bestimmen.

- a) Wählen Sie eine Konstante $c \in (\frac{1}{4}, 1]$, und probieren Sie mindestens 3 verschiedene Startwerte aus. Was beobachten Sie? Können Sie eine Erklärung für diese Beobachtung geben?
- b) Finden Sie für $c = \frac{1}{4}$ durch explizite Lösung der Fixpunktgleichung einen Fixpunkt x_{fix} für f_c . Experimentieren Sie dann sowohl mit Startwerten, die kleiner als x_{fix} sind, als auch mit Startwerten, die größer als x_{fix} sind. Was beobachten Sie? Können Sie es erklären?

In den folgenden Teilaufgaben sollen Sie jeweils das Verhalten der Bahn von $x_0 = 0$ untersuchen. *Hinweis: Es erleichtert die Beobachtungen, wenn Sie in jeder der folgenden Teilaufgaben ihre selbstgewählten Parameter c der Größe nach ordnen und bei den Experimenten jeweils mit dem Größten beginnen.*

Für die Analyse der Ergebnisse kann eine Häufigkeitsverteilung nützlich sein (die Funktion FREQUENCY ist dafür hilfreich). Vielleicht finden Sie auch andere Wege, Vermutungen über die Konvergenz zu einer periodischen Bahn mit einer gewissen vermuteten Periode zu überprüfen?

- c) Probieren Sie nun mindestens 5 verschiedene Parameter $c \in (-0.75, 0.25)$. Was beobachten Sie? Können Sie es erklären?
- d) Probieren Sie nun mindestens 5 verschiedene Parameter $c \in (-1.25, -0.75)$. Was beobachten Sie?
- e) Probieren Sie nun mindestens 10 verschiedene Parameter $c \in (-1.4, -1.25)$. Was beobachten Sie?
- f) Probieren Sie nun mindestens 5 verschiedene Parameter $c \in (-1.75, -1.4)$. Was beobachten Sie?
- g) Probieren Sie nun mindestens 10 verschiedene Parameter $c \in (-1.78, -1.75)$. Was beobachten Sie?
- h) Probieren Sie nun mindestens 5 verschiedene Parameter $c \in (-2, -1.78)$ und bestimmen Sie jeweils die Bahn von $x_0 = 0$. Was beobachten Sie?
- i) Was passiert für $c < -2$ mit dem Startwert $x_0 = 0$? Können Sie es erklären?

Formulieren Sie wieder die wesentlichen Ergebnisse Ihrer Untersuchungen schriftlich. Ihre Ausführungen dürfen kurz sein, sollten aber bitte so konkret und präzise wie möglich sein.